**Модульные уроки в 10-м классе по теме: «Решение тригонометрических уравнений».**

Разработала: Иванова Н.Б.

2011 г.

Модульная технология педагогики одной из целей ставит комфортный темп работы для каждого ученика. Данная технология применяет принцип планирования совместной деятельности учителя и ученика. Устанавливаются цели для учащихся, кто хочет знать не более того, что предусмотрено государственным стандартом, а кто готов заниматься больше, поскольку планирует поступить в ВУЗ. После того, как ученики определились со своим выбором учитель выстраивает свое планирование данной работы. Исходя из целей планируется итоговый контроль с учетом уровней дифференциации.

На основе поставленных целей и планируемой итоговой диагностики можно отобрать предметное содержание (учебник, дидактические материалы и т.д.).на основе содержания выстраивается поурочное планирование, определяется время и место промежуточной и итоговой диагностики. Для каждого урока определяются цели учащихся, приемы обратной связи, создаются задания для класса. В результате всего этого учитель создает:

* планирование уроков с промежуточной диагностикой,
* разноуровневые задания для проверки знаний,
* дидактический материал ко всем урокам.

Данная технология помогает осуществлять индивидуальный подход к учащимся, включать каждого в осознанную учебную деятельность, формировать навыки самообучения, самоконтроля.

**Тема: «Решение тригонометрических уравнений».**

Цели изучения этого модуля – это три уровня:

I-й уровень – самый общий (знанием этого уровня должны овладеть все учащиеся);

II-й уровень – включает все, что достигнуто на I-ом уровне, но в более сложном виде.

III-й уровень – (достижение I-го и II-го) применение в нестандартной ситуации.

В результате знакомства с содержанием модуля ученики должны уметь:

I уровень – решать простейшие тригонометрические уравнения; решать тригонометрические уравнения по заданному алгоритму;

II уровень – решать тригонометрические уравнения, самостоятельно выбирая метод решения;

III уровень – применять полученные знания для решения нестандартных задач.

Работа ученика состоит из нескольких этапов, учебных элементов. Уровень подготовки – I-учебные элементы от №1 до №4. Элемент №5 – соответствует уровню II, №6 – уровень III.

Каждый элемент содержит или указания, что нужно знать и уметь или краткие пояснения к выполнению заданий, или ссылки, где в учебнике можно найти необходимые пояснения, а также список заданий. Вся работа по модулю сопровождается оценочным листом учащегося.

Оценочный лист ученика.

|  |
| --- |
| Фамилия  |
| Имя  |
| Учебные элементы  | Количество баллов за основные задания | Корректирующие задания  | Общее количество баллов за этап |
| №1 |  |  |  |
| №2 |  |  |  |
| №3 |  |  |  |
| №4 |  |  |  |
| №5 |  |  |  |
| №6 |  |  |  |
| Итоговое количество баллов |  |
| Оценка  |  |

Прочитав указания учителя, ученик выполняет самостоятельные работы, которые включены в учебный элемент и проверяет их по эталонам решений. Эталон учитель показывает ученику, когда ученик выполнил самостоятельно работу. Ученик сравнивает свои ответы с эталонными и исправляет ошибки. Если он получил менее указанного в инструкции количества баллов, то должен набрать дополнительные баллы в корректирующих заданиях. Для этого и решает задания похожие из 2-го варианта, где он допустил ошибку. Оценка за модуль зависит от набранных баллов по всем элементам. Если это число n ≥32, то ученик получает «5», если 27≤ n≥31, то – «4», если 21≤ n≥26 – то «3», если n< 21 – «2».

Материалы учебных элементов следующие:

**Учебный элемент №1.**

Цель: закрепить навыки решений простейших тригонометрических уравнений.

Указания учителя. Вспомнить основные правила решения тригонометрических уравнений. Прочитайте текст с. 67, 69, 70 учебника (Колмогорова).

Выполните самостоятельную работу.

Задания самостоятельной работы (10 мин.).

IвариантII вариант

 Решить уравнения

(1 балл) (1 б)

 (1 балл) (1 б)

 (1 балл) (1 б)

 (2 балла) (2 б)

 (1 балл) (1 б)

 (1 балл) (2 б)

(2 балла) (1 б)

Список правильных ответов и критерии оценивания ученик получает у учителя. Ученик исправляет ошибки и проставляет число заработанных баллов в оценочный лист. Если он набрал 6 или более баллов, то переходит к следующему учебному элементу. Если же меньше 6, то надо прорешать задания другого варианта, аналогичные тем, где была допущена ошибка.

**Учебный элемент №2.**

Цель: Закрепить умения решать тригонометрические уравнения методом сведения их к квадратным.

Указания учителя.

Прочитайте внимательно данные ниже пояснения. Выполните самостоятельную работу.

Метод сведения к квадратному уравнению состоит в том, чтобы, пользуясь формулами тригонометрии, функцию sinxили cosxили комбинацию функций обозначить переменной tи получив квадратное уравнение, решить его относительно t, а затем вернуться к переменной х.

Пример. Решить уравнение

Решение

, пусть sinx = t, тогда получим

t**2** – 4t + 3 = 0

D = b**2** – 4ac = 16 – 12 = 14 или же D = К**2** – ас = 2**2** – 3 = 1

t1,2 = = ; t1,2 = = ;

t1 = 3; t2 =1 t1 = 3; t2 =1

sin x = 3 илиsin x = 1 sin x = 3 или sin x = 1

илиx = ; nЄZx = ; nЄZ

Задания для самостоятельной работы (15 минут).

Решить уравнения.

I вариант II вариант

 (2 балла) (2 б)

 (3 балла) (3 б)

(3 балла) (3 б)

Указания учителя.

Проверьте и оцените свою работу, правильные ответы возьмите у учителя. Исправьте ошибки, если они есть, проставьте баллы в оценочные листы. Если набрали 5 баллов, то переходите к следующему этапу, если же меньше, то решайте аналогичные задания из другого варианта.

**Учебный элемент №3.**

Цель: закрепить навыки решения тригонометрических уравнений методом разложения на множители.

Указания: Внимательно прочтите пояснения, записанные ниже.

Метод разложения на множители.

Этот метод состоит в сведении данного тригонометрического выражения к произведению нескольких множителей. Если в одной части уравнения стоит произведение множителей, а в другой 0, то каждый множитель приравнивается к 0. Решается каждое более простое уравнение.

Решение.

или

 или

или

= ± или х = – +

х = ± +

Ответ: х = ± +, k Є Z;х = – +, n Є Z.

Задания для самостоятельной работы (15 минут).

Решить уравнения.

I вариант II вариант

 (2 балла) (2 б)

 (3 балла) (3 б)

Если набрали 5 баллов, то переходите к следующему элементу. Если меньше, то порешайте задания другого варианта.

**Учебный элемент №4.**

Цель: закрепить навыки решения однородных уравнений.

Указания. Прочитайте пояснения и выполните задание.

Однородное уравнение – это уравнение вида ,

где а, b– числа; и т. д.

эти два уравнения соответственно I-й степени и II-й степени.

Пример. Решить уравнение.

Решение.

Разделим обе части на (или на)

, т.к. если бы то

; но этого быть не может

(основное тождество 1),

 получили бы, что 0+0=1 – неверно.

После деления получим

;

; ;n Є Z.

Аналогично решаются однородные уравнения 2-й степени.

Пример 2.

Решение. Данное уравнение неоднородное, но

Перепишем данное уравнение в следующем виде:

 *–* это однородное ур-еIIстепени.

а) Докажем, что , если бы , то получили бы

; ; - это противоречит основному тригонометрическому тождеству 1, т.к. получили бы 0+0=1.

б) Т. к. , то разделим обе части уравнения на

; Пусть, тогда получим

*t1 == ;*

*t1* = – 1; *t2*= ;

 или

*х* = – +, k Є Z; ; n Є Z.

Ответ: – +, k Є Z; ; n Є Z.

Задания для самостоятельной работы.

Решить уравнения.

I вариант II вариант

 (2 балла) (2 б)

 (3 балла) (3 б)

Если набрано 5 баллов, то можно переходить к следующему элементу, если меньше, то надо прорешать подобные задания другого варианта.

**Учебный элемент №5**

Вы прошли Iуровень усвоения материала. Теперь вы самостоятельно будете выбирать методы решения уравнений. Вспомните формулы тригонометрии, прочитайте текст учебника Колмогорова стр. 7,8.

Задания для самостоятельной работы (40 минут).

Решить уравнения.

I вариант II вариант

(1 балл)(1 б)

 (1 балл) (1 б)

(2 балла)(2 б)

 (2 балла) (2 б)

(2 б) (2 б)

Указания учителя.

Проверьте и оцените свою работу, правильные ответы возьмите у учителя. Проставьте баллы в оценочные листы. Если набрано 5 баллов, то переходите к следующим, если менее 5, то решайте похожие задания другого варианта.

**Учебный элемент №6.**

Указания учителя. Вы усвоили решение уравнений II-го уровня сложности. Целью дальнейшей вашей работы является применение своих знаний и умений в решении более сложных примеров.

Задания для самостоятельной работы. (Они даются в одном варианте, они не ограничиваются во времени).

Решить уравнения.

1. (2 балла)
2. (3 балла)
3. (2 балла)
4. (2 балла)
5. (3 балла)
6. (3 балла)

Подсказки:

1. Воспользуйтесь формулой двойного угла.
2. Обозначьте х – 2 = tи сведите уравнение к квадратному.
3. Сгруппируйте 1-е и 3-е слагаемые, 2-е и 4-е, разложите на множители.
4. Воспользуйтесь формулой двойного угла для .
5. Раскройте скобки, примените основное тригонометрическое тождество.
6. Приведите дроби к общему знаменателю, используйте основное тригонометрическое тождество.

Указания учителя.

Проверьте, исправьте ошибки, если они есть, подсчитайте количество баллов. Проставьте баллы в оценочный лист. Оцените свои работы.

Домашнее задание.

1. Если вы получили «4» или «5», то выполните любое задание из дополнительных глав.
2. Если вы получили «2» или «3» - то выполните №166, №168 (б, г), №170.

Используемая литература:

Журнал «Математика в школе».

Учебный элемент №1.

I Вариант. Решить уравнения.

1. (1 балл)

Решение:

; kЄZ

1. (1 балл)

Решение:

; k Є Z

1. (1 балл)

 Решение:

; k Є Z

1. (2 балла)

Решение:

;

;

; ; k Є Z

1. (1 балл)

Решение:

;

1. (1 балл)

Решение:

*x = πn; nЄZ.*

1. (2 балла)

Решение:

;

 ;

;k Є Z

IIВариант.Решить уравнения.

1. (1 балла)

Решение:

;

;

; n Є Z

1. (1 балл)

Решение:

;

1. (1 балл)

Решение:

; k Є Z.

1. (2 балла)

Решение:

*;*

*; n Є Z.*

1. (1 балл)

Решение:

;

;

;

; *n Є Z.*

1. (1 балл)

Решение:

*;*

*; k Є Z.*

1. (1 балл)

Решение:

; *n Є Z.*

**Учебный элемент №2**

Вариант I. Решить уравнения.

1. (2 балла)

Решение:

Пусть , тогда получим

*D= 9 – 8= 1*

*t1,2 =; t1= 2; t2 =1.*

*а); или б) .*

 *; k Є Z.*

 *; nЄZ.*

Ответ: ; *kЄZ;* ; *nЄZ.*

1. (3 балла)

Решение:

 (–1)

; пусть , тогда

D = 25 – 16 = 9

*t1,2 = ; t1= 2; t2 =.*

*а); б) .*

 *; nЄZ.*

Ответ: *; nЄZ.*

1. (3 балла)

Решение:

(:2)

*;*

*t1= – 3; t2 =1.*

*а); б) .*

 *; k Є Z.*

*Ответ: ; k Є Z.*

IIвариант. Решить уравнения.

1. (2 балла)

Решение:

; пусть*,* тогда получим

*D = 9 – 8 =1*

*t1,2 = ; t1= 1; t2 =2.*

*; или*

*x=πk; k Є Z. Ф т.к*. |*cosx*|≤1

*Ответ: πk; k Є Z.*

1. (3 балла)

Решение:

; пусть , тогда получим

D = 25 – 16 = 9

*t1,2 =* ; *t1,2 = ; t1 =, t2= 2;*

; или

; Ф *т.к*. |*cosx*|≤1

*; k Є Z.*

*Ответ:; k Є Z.*

1. (3 балла)

Решение:

(:2)

*;*

*t1= – 3; t2 =1.*

*а); б) .*

 *; k Є Z.*

*Ответ: ; k Є Z.*

**Учебный элемент №3.**

Вариант I. Решить уравнения.

I вариант

1. (2 балла)

Решение:

или

 ; k Є Z; ; nЄZ.

Ответ: k Є Z; ; n Є Z

1. (3 балла)

Решение:

или

; nЄ Z.

 *; kЄ Z.*

Ответ: ; nЄZ; *; kЄZ.*

II вариант

1. (2 балла)

Решение:

или

; k Є Z. или nЄZ.

Ответ: ; k Є Z;n Є Z.

1. (3 балла)

Решение:

или

*nЄ Z;*

 *kЄ Z;*

Ответ: *nЄZ; kЄZ.*

**Учебный элемент №4**

Задания для самостоятельной работы (15 минут).

Решить уравнения.

I Вариант.

1. *(2 балла)*

Решение:

, т.к. если бы иначе ,то , но это противоречит основному тождеству1

Значит разделим обе части уравнения на

;

; ;

 ; k Є Z

Ответ: ; k Є Z.

1. *(3 балла)*

Решение:*,т.к. тогда бы - это противоречит основному тригонометрическому тождеству 1.*

*Разделим обе части уравнения на*

*; Пусть , тогда получим*

*t1 = –3; t2*= ;

 *или*

*; kЄZ. х = +, nЄZ;*

*Ответ: ; kЄZ; +, nЄZ;*

II вариант

1. *(2 балла)*

Решение:*,т.к. тогда бы так, то но это противоречит основному тригонометрическому тождеству 1*

Значит разделим обе части уравнения на

;

; ;kЄZ

Ответ: ; k Є Z.

1. *(3 балла)*

Решение:

*,т.к. тогда бы - это противоречит основному тригонометрическому тождеству 1.*

 *Разделим обе части уравнения на*

*; Пусть , тогда получим*

*t1 = –3; t2 =–;*

 *или*

*; kЄ Z. х = – +, n Є Z;*

*Ответ: ; k Є Z; – +, n Є Z.*

**Учебный элемент №5**

Указания. Так как вы прошли I уровень усвоения материала, то теперь вы самостоятельно будете выбирать методы решения уравнений. Вспомните основные тригонометрические формулы, прочитайте текст учебника Колмогорова стр. 7,8.

Задания для самостоятельной работы (40 минут).

**Решить уравнения.**

**I Вариант.**

1. **(1 балл)**

*Решение.*

*, т. к. , то получим*

 *( –1)*

*пусть , тогда*

*D = 25 – 16 = 9*

*t1,2 = ; t1,2 = ; t1 = –2, t2=;*

1)или 2)*;*

*; kЄ Z.*

*Ответ: ; kЄZ.*

**2) (1 балл)**

Решение:

Данное уравнение однородное, , т.к. впротивном случае , что противоречитосновному тригонометрическому тождеству 1. Разделим обе части равенства на , получим

*;*

*;*

*; k Є Z.*

*2х = – +, k Є Z;*

*х = – ;k Є Z*

*Ответ: – ;k Є Z.*

1. **(2 балла)**

Решение:

*1)*или 2)

*х =, n Є Z;*

*х = ;k Є Z*

Ответ: *, n Є Z; ; k Є Z.*

1. ***(2 балла)***

Решение:

1) или 2)

*2х = ;*

*х = ;k Є Z*

*; nЄ Z.*

Ответ: *; k Є Z; ; n Є Z.*

1. ***(2 б)***

*Решение:*

 *(–1)*

*Пусть , тогда получим*

*D = 25 +24 = 49*

*t1,2 = ; t1 = 3, t2=;*

*1) или 2) ;*

*; kЄZ.*

*Ответ: ; kЄZ.*

**II вариант**

1. **(1 балл)**

Решение:

 Пусть , тогда

*D = 9 – 8 = 1*

*t1,2 = ; t1 = 1, t2=;*

*1) или 2) ;*

*х = ; k Є Z*

*; n Є Z.*

*Ответ:; k Є Z ;; n Є Z.*

1. **(1 балл)**

Решение:

 – это однородное уравнение, . Разделим на него обе части уравнения, получим:

*;*

*;*

*; kЄ Z.*

*2х = +, k Є Z;*

*х = ;k Є Z*

*Ответ: ;k Є Z.*

1. **(2 балла)**

Решение:

 – однородное уравнение, разделим обе части на , получим:

а) или б) ;

*= +;*

Ответ: *+;n Є Z.*

1. **(2 балла)**

 или

 или

*D = 1 – 2 = –1 <0*

*; n Є Z.*

Ответ: *; n Є Z.*

1. **(2 балла)**

*Решение:*

*; kЄ Z.*

*2х = ±()+, k Є Z;*

 *2х = ± ;k Є Z*

*х = ± ;k Є Z*

*Ответ: ± ;k Є Z.*

**Учебный элемент №6.**

Вы усвоили решение уравнений II-го уровня сложности. Целью дальнейшей вашей работы является применение своих знаний и умений в сложных ситуациях.

Задания для самостоятельной работы.

Решить уравнения.

1. **(2 балла)**

1) или 2)

*; n Є Z*

*; k Є Z.*

Ответ: *; n Є Z;; k Є Z.*

1. **(3 балла)**

Решение:

Пусть , тогда

*t1,2 = ; t1,2 =;t1,2 = ; t1 =, t2=;*

*1) или 2) ;*

*; kЄ Z.*

*Ответ:; kЄZ.*

1. **(2 балла)**

Решение:

 т

1) или 2)

*; kЄ Z; ; nЄ Z.*

Ответ: *; k Є Z; ; n Є Z.*

1. **(2 балла)**

Решение:

 или

*; или 2*

*; kЄ Z; ; n Є Z.*

*Ответ: ; k Є Z ;; n Є Z.*

1. **(3 балла)**

Решение:

или ; разделим на

*; kЄ Z;*

 *; n Є Z;*

Ответ:*; k Є Z; ; n Є Z.*

1. **(3 балла)**

=1

=

*; kЄ Z;*

*; k Є Z;*

Ответ: *; k Є Z.*